

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

Кафедра обчислювальної математики

«ЗАТВЕРЖУЮ»

Заступник декана з навчальної роботи  
фізичного факультету

Оксана МОМОТ  
20 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

для студентів

Галузь знань	15 Автоматизація та приладобудування
Спеціальність	152 Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка
Освітня програма	Оптотехніка
Освітній рівень	бакалавр
Форма навчання	денна
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Вид дисципліни	обов'язкова

Навчальний рік 2022 / 2023

Семестр 1  
Кількість кредитів ECTS 6  
Форма заключного контролю іспит

Семестр 2  
Кількість кредитів ECTS 4  
Форма заключного контролю іспит

Викладачі: Майко Н. В., Лесюк А.І.

Пролонговано: на 2023/2024 н.р. \_\_\_\_\_ (« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
на 2024/2025 н.р. \_\_\_\_\_ (« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

(місце, ТОВ, дата)

**Розробник:**

Майко Наталія Валентинівна, доктор. фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри обчислювальної математики

Декан фізичного факультету




Микола МАКАРЕЦЬ

«10» червня 2022 року

Схвалено науково-методичною комісією фізичного факультету

протокол № 11 від «10» червня 2022 року

Голова науково-методичної комісії



Олег ОЛІХ

Завідувач кафедри обчислювальної математики



Сергій ЛЯШКО

«06» червня 2022 року

## **1. АНОТАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Дисципліна "Математичний аналіз" є нормативною навчальною дисципліною математичного циклу. Програмою дисципліни в 1-му семестрі передбачено вивчення теорії границь, неперервності, диференціального та інтегрального числення функцій скалярного аргументу (ФСА). Програмою дисципліни в 2-му семестрі передбачено вивчення диференціального та інтегрального числення функцій векторного аргументу (ФВА), криволінійних та поверхневих інтегралів 1-го і 2-го родів, елементів математичної теорії поля. Програмою дисципліни в 3-му семестрі передбачено вивчення класичної теорії числових і функціональних рядів, власних і невластних інтегралів, залежних від параметра, аналізу Фур'є. Математичні поняття ілюструються прикладами застосування у фізиці та методами розв'язування прикладних задач.

## **2. МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Ознайомлення студентів з основними теоретичними положеннями, методами та прикладами застосувань математичного аналізу для розв'язування фізичних задач.

## **3. ЗАВДАННЯ ТА ЦІЛІ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

- викласти основні теоретичні відомості, методи і приклади розв'язання задач математичного аналізу;
- продемонструвати зв'язок математичного аналізу з іншими навчальними дисциплінами;
- ознайомити з обов'язковою і додатковою навчальною літературою;
- допомогти студентам засвоїти необхідні теоретичні знання та набути практичні уміння й навички для розв'язання фізичних задач методами математичного аналізу; – сприяти розвитку логічного та аналітичного мислення студентів;
- прищеплювати навички колективної роботи та сприяти застосуванню набутого комунікативного досвіду у професійній діяльності;
- підтримувати високий рівень мотивації та сприяти вдосконаленню навичок самостійної роботи;
- забезпечити належний рівень підготовки до вивчення всіх дисциплін математичного і фізичного циклів.

## **4. ПОПЕРЕДНІ ВИМОГИ ДО ОПАНУВАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

На початку 1-го семестру – успішне засвоєння курсу елементарної математики; на початку 2-го семестру – успішне засвоєння курсів "Математичний аналіз" та "Аналітична геометрія та лінійна алгебра" в 1-му семестрі;

на початку 3-го семестру – успішне засвоєння курсів "Математичний аналіз", "Аналітична геометрія та лінійна алгебра" та "Диференціальні та інтегральні рівняння" в 2-му семестрі.

### 5. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

Результат навчання (1 – знання; 2 – уміння; 3 – комунікація; 4 – автономність і відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
1	Студент повинен <b>знати</b> :	Лекції, практичні заняття, консультації, самостійна робота	Відвідування лекцій, робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, розв'язання індивідуальних варіантів самостійних робіт, виконання письмових модульних контрольних робіт, написання колоквіумів, складання іспитів	до 35%
1.1	основні поняття, результати та методи диференціального та інтегрального числень функцій скалярного аргументу (границя, неперервність, диференційовність, інтегровність)			
1.2	основні поняття, результати та методи диференціального та інтегрального числень функцій векторного аргументу (границя, неперервність, диференційовність, інтегровність)			
1.3	основні поняття, результати та методи класичної теорії числових і функціональних рядів (ознаки збіжності, степеневі ряди)			
1.4	основні поняття, результати та методи аналізу Фур'є (тригонометричний ряд Фур'є, інтеграл Фур'є, ряд Фур'є в евклідовому просторі)			
2	Студент повинен <b>уміти</b> :	Практичні заняття, консультації, самостійна робота	Робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, розв'язання індивідуальних варіантів самостійних робіт, виконання письмових модульних контрольних робіт, написання колоквіумів, складання іспитів	до 55%
2.1	застосовувати основні поняття та методи диференціального числення до розв'язування фізичних задач			
2.2	застосовувати основні поняття та методи інтегрального числення до розв'язування фізичних задач			

3	<b>Комунікація</b>	Лекції, практичні заняття, консультації	Робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, розв'язання індивідуальних варіантів самостійних робіт	до 5%
3.1	набувати досвід колективної роботи та вдосконалювати набуті комунікативні навички у професійній діяльності			
4	<b>Автономність та відповідальність</b>	Практичні заняття, самостійна робота	Виконання письмових модульних контрольних робіт, виконання домашніх завдань, розв'язання індивідуальних варіантів самостійних робіт, написання колоквіумів, складання іспитів	до 5%
4.1	здатність самостійно та вчасно виконувати завдання, розв'язувати практичні задачі та відповідати за результати своєї діяльності			

#### 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

<b>Результати навчання дисципліни</b>	<b>1.</b>	<b>1.</b>	<b>1.</b>	<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>3.</b>	<b>4</b>
<b>Програмні результати навчання</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	
ПРН09. Розуміти застосовуванні методики та методи аналізу, проектування і дослідження, а також обмежень їх використання.	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПРН13Знати та вміти застосовувати сучасні інформаційні технології для вирішення задач в сфері метрології та інформаційно-виміральної техніки.	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПРН21. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці, оптиці та лазерній фізиці: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.	+	+	+	+	+	+	+	+	+

#### **Програмні компетентності дисципліни**

<b>Загальні компетентності (ЗК)</b>	
<b>ЗК13</b>	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
<b>Фаові компетентності (ЗК)</b>	
<b>ФК5</b>	Здатність застосовувати стандартні методи розрахунку при конструюванні модулів, деталей та вузлів засобів виміральної техніки та їх обчислювальних компонент і модулів.

<b>ФК12</b>	Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики при вивченні та дослідженні явищ і процесів в оптиці, лазерній фізиці та метрології.
-------------	---

## **7. СХЕМА ФОРМУВАННЯ ОЦІНКИ**

### **7.1. Форми оцінювання студентів**

Рівень досягнення всіх запланованих результатів навчання визначається за результатами письмових модульних контрольних робіт і колоквиумів та результатами виконання домашніх та індивідуальних самостійних завдань.

#### **Семестрове оцінювання**

Матеріал кожного навчального семестру поданий у вигляді трьох змістових модулів:

1-й семестр: ЗМ-1–ЗМ-3,

2-й семестр: ЗМ-4–ЗМ-6

Після вивчення кожного змістового модуля передбачено проведення письмової модульної контрольної роботи (перевіряє викладач, який веде практичні заняття). Упродовж семестру студент повинен виконувати домашні та індивідуальні самостійні завдання (перевіряє викладач, який веде практичні заняття). У середині семестру з метою підготовки до іспиту проводяться колоквиуми (перевіряє лектор) у формі письмової роботи з теоретичними питаннями і практичними завданнями.

У випадку відсутності студента з поважних причин написання модульних контрольних робіт і колоквиумів здійснюються відповідно до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 р.

#### **Підсумкове оцінювання (у формі іспиту)**

Форма іспиту в кожному семестрі – письмово-усна. Письмова складова іспиту є обов'язковою і проводиться у вигляді письмової роботи (з теоретичними питаннями та практичними завданнями в екзаменаційному білеті). Усна складова іспиту є необов'язковою і проводиться у вигляді обговорення письмової складової.

#### **Умови допуску до підсумкового оцінювання**

Умовою допуску до іспиту є отримання студентом не менше 36 балів за змістові модулі та колоквиум (якщо він передбачений цією робочою програмою). Мінімальна кількість балів за змістові модулі – 29 (оцінює викладач з практичних занять); мінімальна кількість балів за колоквиум – 7 (оцінює лектор):

1-й семестр: допуск до іспиту – 36 балів за ЗМ-1–ЗМ-3,

2-й семестр: допуск до іспиту – 29 балів за ЗМ-4–ЗМ9 та 7 балі за колоквиум.

Студенти, які набрали меншу суму балів, зобов'язані виконати додаткову письмову контрольну роботу за матеріалом змістових модулів (перевіряє викладач, який веде практичні заняття) та виконати додаткові завдання за матеріалом колоквиуму (перевіряє лектор).

## 7.2. Організація оцінювання

### Орієнтовний графік оцінювання

#### Семестр 1

ЗМ-1	жовтень
ЗМ-2	листопад
ЗМ-3	грудень
Колоквіум-1	кінець жовтня–початок листопада
Додаткова КР-1	грудень
Іспит-1	грудень

#### Семестр 2

ЗМ-4	березень
ЗМ-5	квітень
ЗМ-6	травень
Колоквіум-2	початок квітня
Додаткова КР-2	травень
Іспит-2	червень

### Розрахунок балів за форми контролю

#### Семестр 1

	ЗМ-1	ЗМ-2	ЗМ-3	Колоквіум-1	Іспит-1	Підсумкова оцінка
Бали (max)	20	20	20	–	40	100

#### Семестр 2

	ЗМ-4	ЗМ-5	ЗМ-6	Колоквіум-2	Іспит-2	Підсумкова оцінка
Бали (max)	16	16	16	12	40	100

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

Оцінка (за національною шкалою)/National grade	Рівень досягнень, % /Marks, %
Відмінно/Excellent	90–100%
Добре/Good	75–89%
Задовільно/Satisfactory	60–74%
Незадовільно/Failed	0–59%

## 8. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ Семестр 1

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні	Самостійна робота
<b>Змістовий модуль 1. Вступ до аналізу. Границя і неперервність функції скалярного аргументу (ФСА)</b>				
1	Вступ	4	4	10
2	Границя числової послідовності	4	4	10
3	Границя ФСА	4	4	10
4	Неперервність ФСА	4	4	10
<b>Змістовий модуль 2. Диференціальне числення ФСА</b>				
5	Похідні та диференціали	4	4	10

6	Теореми про середнє значення	4	4	10
7	Застосування методів диференціального числення	4	4	10
<b>Змістовий модуль 3. Інтегральне числення СФСА</b>				
8	Невизначений інтеграл	4	4	5
9	Інтеграл Рімана	4	4	5
10	Застосування визначеного інтеграла	4	4	5
11	Невласні інтеграли	4	4	5
<b>Всього за семестр 1</b>		<b>44</b>	<b>44</b>	<b>90</b>

### Семестр 2

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні	Самостійна робота
<b>Змістовий модуль 4. Диференціальне числення функцій векторного аргументу (ФВА)</b>				
1	Метричний, векторний нормований та евклідов простори	4	3	5
2	Границя і неперервність ФВА	2	3	5
3	Диференціал і частинні похідні	4	3	5
4	Екстремуми ФВА	2	3	5
<b>Змістовий модуль 5. Інтегральне числення ФВА</b>				
5	Міра Жордана. Кратний інтеграл Рімана	2	1	5
6	Теорема Фубіні про зведення кратного інтеграла до повторного	2	2	5
7	Формула заміни змінних у кратному інтегралі	2	1	5
8	Приклади застосування подвійних і потрійних інтегралів	2	2	5
9	Невласні кратні інтеграли		2	5
<b>Змістовий модуль 6. Інтеграл на многовидах. Елементи математичної теорії поля</b>				
10	Криволінійний і поверхневий інтеграл 1-го роду	2	2	5
11	Криволінійний і поверхневий інтеграл 2-го роду	2	3	4
12	Інтегральні теореми Гріна, Гаусса–Остроградського, Стокса	2	2	3
13	Диференціальні операції теорії поля. Наближення символіка	4	3	3
<b>Всього за семестр 2</b>		<b>30</b>	<b>30</b>	<b>60</b>

### Семестр 1

Загальний обсяг – 180 год,  
в тому числі:  
лекції – 44 год,  
практичні заняття – 44 год,



самостійна робота – 90 год,  
консультації – 2 год  
Форма заключного контролю – іспит.

## Семестр 2

Загальний обсяг – 120 год,

в тому числі: лекції – 30 год,

практичні заняття – 30 год,

самостійна робота – 60 год,

консультації – 0 год. Форма заключного контролю – іспит.

## Семестр 1

Змістовий модуль 1. **Вступ до аналізу. Границя і неперервність СФСА** Лекція 1–3. Дійсні числа

Символи математичної логіки. Елементи теорії множин. Класифікація відображень. Означення і властивості множини дійсних чисел  $\mathbb{R}$ . Потужність множини. Комплексні числа.

Лекція 4. Границя числової послідовності

Означення і властивості збіжних послідовностей. Алгебричні операції зі збіжними послідовностями. Граничний перехід у нерівностях. Деякі важливі границі.

Лекція 5. Монотонні послідовності. Підпослідовності

Означення і приклади монотонних послідовностей. Теорема Вейерштрасса. Число  $e$ . Означення підпослідовності і частинної границі. Означення і властивості верхньої і нижньої границь. Теорема Больцано – Вейерштрасса. Критерій Коші.

Лекція 6. Границя СФСА

Означення Коші і Гейне границі функції в точці. Нескінченна границя. Границя в нескінченній точці. Граничний перехід у рівностях і нерівностях. Односторонні границі. Критерій Коші. Границя композиції функцій. Визначні границі.

Лекція 7. Порівняння асимптотичної поведінки функцій

Означення і властивості символів Ландау  $(o, O, O^*, \sim)$ . П'ять асимптотичних формул.

Лекція 8. Властивості неперервних функцій

Локальні властивості неперервних функцій. Класифікація точок розриву. Глобальні властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність.

Змістовий модуль 2. **Диференціальне числення СФСА**

Лекція 9. Похідна

Означення похідної, її механічний смисл. Геометричний смисл похідної. Похідна суми, добутку і частки функцій. Похідна композиції функцій. Таблиця похідних.

Лекція 10. Диференціал. Похідні та диференціали вищих порядків

Диференційовність функції в точці. Означення і властивості диференціала, його геометричний смисл. Формула Лейбніца. Похідна оберненої та параметрично заданої функцій.

Лекція 11. Основні теореми диференціального числення

Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа про скінченний приріст. Теорема Коші. Правило Лопіталя.

Лекція 12. Формула Тейлора

Поліном Тейлора. Види залишкового члена формули Тейлора. Локальна формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано. П'ять формул Маклорена для основних елементарних функцій. Приклади застосування.

Лекція 13. Дослідження функції на монотонність

Умови монотонності функції. Необхідна і достотні умови локального екстремуму. Найбільше і найменше значення.

Лекція 14. Дослідження функції на опуклість. Асимптоти. Графіки

Умови опуклості. Необхідна і достатні умови точки перегину. Асимптоти графіка функції. Схема дослідження функції та побудова її графіка.

Змістовий модуль 3. **Інтегральне числення СФСА**

Лекція 15. Первісна

Означення первісної. Означення і властивості невизначеного інтеграла. Таблиця невизначених інтегралів. Інтегрування частинами. Формула заміни змінних. Формула Ньютона–Лейбніца.

Лекція 16. Інтегрування раціональних дробів

Теорема про розклад раціонального дробу. Інтегрування найпростіших раціональних дробів. Метод невизначених коефіцієнтів.

Лекція 17. Інтегрування ірраціональних і тригонометричних функцій

Методи інтегрування ірраціональних функцій. Методи інтегрування деяких тригонометричних виразів. Інтеграл, які не беруться.

Лекція 18. Означення інтеграла Рімана та класи інтегровних функцій

Інтегральна сума Рімана. Інтеграл Рімана. Необхідна умова інтегровності. Верхні і нижні суми Дарбу. Верхній і нижній інтеграл Дарбу. Критерій Дарбу. Інтегровність неперервної функції. Інтегровність монотонної функції. Критерій Лебега. Властивості інтеграла. Теореми про середнє.

Лекція 19. Основна теорема інтегрального числення

Інтеграл зі змінною верхньою межею. Основна теорема інтегрального числення. Формула Ньютона – Лейбніца. Формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Заміна змінних. Інтегральна форма залишкового члена формули Тейлора.

Лекція 20. Геометричні і фізичні застосування

Спрям(люва)ність кривої. Обчислення довжини кривої. Квадровність. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора. Кубовність.

Об'єм тіла з відомим поперечним перерізом. Об'єм тіла обертання.  
Обчислення моментів.

#### Лекція 21. Невласні інтеграли

Означення і властивості невластних інтегралів 1-го і 2-го роду. Критерій Коші збіжності. Інтеграли від знакосталих функцій. Ознаки Діріхле і Абеля. Абсолютна збіжність. Головне значення в розумінні Коші.

### Семестр 2

#### Змістовий модуль 4. Диференціальне числення ФВА

##### Лекція 1. Метричний, векторний нормований та евклідів простори

Аксиоми метрики. Приклади метричних просторів. Точки і множини в метричному просторі. Лема про об'єднання і перетин відкритих множин. Метричні компактні. Послідовності елементів метричного простору. Повний метричний простір. Аксиоми норми. Метризованість векторного нормованого простору. Скалярний добуток. Евклідів простір. Нерівність Коші–Буняковського–Шварца.

##### Лекція 2. Принцип нерухомої точки Пікара–Банаха

Границя і неперервність відображень. Означення стискаючого відображення.

Принцип нерухомої точки Пікара–Банаха. Послідовності в  $\mathbb{R}^m$  ( $m > 1$ ).

##### Лекція 3. Границя і неперервність ФВА.

##### Лекція 4. Властивості диференційовних ФВА

Частинні похідні ФВА в точці. Диференційовність та диференціал функції в точці. Матриця Остроградського–Якобі. Якобіан. Градієнт функції в точці. Частинні похідні і диференціали вищих порядків. Основні правила диференціювання. Формула Тейлора.

##### Лекція 5. неявно задані відображення. Заміна змінних

Теорема про існування неперервності і диференційовності неявно заданого відображення. Теорема про обернену функцію. Залежність функцій. Заміна змінних у виразах зі звичайними і частинними похідними.

##### Лекція 6. Екстремуми ФВА

Дослідження ФВА на внутрішній локальний екстремум. Означення і необхідна умова внутрішнього локального екстремуму. Достатні умови. Критерій Сильвестра. Поняття умовного екстремуму. Метод виключення. Метод невизначених множників Лагранжа. Достатня умова. Найбільше і найменше значення.

#### Змістовий модуль 5. Інтегральне числення ФВА

##### Лекція 7. Означення і властивості інтеграла

Інтеграл Рімана на брусі. Необхідна умова інтегровності. Нижні та верхні інтегральні суми Дарбу. Нижній та верхній інтеграл Дарбу. Критерій Дарбу. Означення і приклади жорданових множин. Означення і властивості інтеграла Рімана. Критерій Лебега. Міра Жордана.

##### Лекція 8. Зведення кратного інтеграла до повторного

Теорема Фубіні про зведення кратного інтеграла до повторного. Приклади обчислення подвійного та потрійного інтегралів.

Лекція 9. Формула заміни змінних

Формула заміни змінних у кратних інтегралах. Геометричний смисл якобіана заміни. Полярні координати. Циліндричні та сферичні координати. Обчислення інтеграла Ейлера–Пуассона.

Лекція 10. Геометричні і фізичні застосування кратних інтегралів

Обчислення площ і об'ємів. Обчислення моментів і координат центру мас. Дослідження на збіжність і обчислення невластних кратних інтегралів.

Змістовий модуль 6. **Інтеграли на многовидах. Елементи математичної теорії поля**

Лекція 11. Криволінійні і поверхневі інтеграли 1-го роду

Гладка крива в  $\mathbb{R}^m$ . Криволінійний інтеграл 1-го роду. Гладка поверхня в  $\mathbb{R}^3$ . Поверхневий інтеграл 1-го роду.

Лекція 12. Криволінійні та поверхневі інтеграли 2-го роду

Орієнтація кривої в евклідовому просторі  $\mathbb{R}^m$  неперервним полем дотичних векторів. Криволінійний інтеграл 2-го роду. Орієнтація поверхні в  $\mathbb{R}^3$  неперервним полем нормальних векторів. Поверхневий інтеграл 2-го роду.

Лекція 13. Основні інтегральні формули аналізу

Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від вибору шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Формула Гріна.

Формула Гаусса–Остроградського. Формула Стокса в  $\mathbb{R}^3$ .

Лекція 14, 15. Скалярні та векторні поля. Набла-символіка

Типи скалярних полів. Векторні лінії і векторні трубки. Градієнт скалярного поля в точці. Похідна скалярного поля в точці в напрямі вектора. Диференціальний оператор  $\text{grad}$ . Потік і дивергенція векторного поля. Диференціальний оператор  $\text{div}$ . Циркуляція і робота векторного поля. Диференціальний оператор  $\text{rot}$ . Соленоїдне векторне поле і його векторний потенціал. Закон збереження інтенсивності векторної трубки. Потенціальне поле і його потенціал. Диференціально-векторний оператор Гамільтона  $\nabla$ . Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа  $\Delta$ . Гармонічне скалярне поле. Векторні операції в ортогональних координатах.

## 9. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### Семестр 1

Змістовий модуль 1. **Вступ до аналізу. Границя і неперервність ФСА**

Практичне заняття 1

Контрольна робота з елементарної математики.

Практичне заняття 2

Метод математичної індукції. Формула бінома Ньютона.

Практичне заняття 3

Елементарні функції та їх графічне зображення. Таблиця похідних. Основні правила диференціювання. Таблиця невизначених інтегралів. Формула Ньютона–Лейбніца.

#### Практичне заняття 4

Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі. Тригонометрична і показникова форми комплексного числа. Формули Ейлера. Формула Муавра. Добування кореня  $n$ -го степеня.

#### Практичне заняття 5

Техніка обчислення границі послідовності. Деякі важливі границі.

#### Практичне заняття 6

Застосування теореми Вейерштрасса про монотонну послідовність. Число  $e$ .

#### Практичне заняття 7

Відшукування  $\liminf x_n$ ,  $\overline{\lim} x_n$ ,  $\sup x_n$ ,  $\inf x_n$ . Критерій Коші. Практичне заняття 8, 9

Основні прийоми обчислення границі функції. Визначні границі. Односторонні границі.

#### Практичне заняття 10

$O$ -символіка (асимптотичні символи  $O$ ,  $o$ ,  $O^*$ ,  $\sim$ ). Виділення головної степеневі частини функції. Застосування еквівалентних функцій до обчислення границь.

#### Практичне заняття 11

Дослідження функції на неперервність. Дослідження функції на рівномірну неперервність за означенням і за теоремою Кантора.

#### Практичне заняття 12

Контрольна робота № 1.

### Змістовий модуль 2. Диференціальне числення ФСА

#### Практичне заняття 13

Техніка диференціювання (параметрично заданої, оберненої та неявно заданої функцій).

#### Практичне заняття 14

Диференціал функції. Застосування диференціала для наближених обчислень.

#### Практичне заняття 15

Похідні і диференціали вищих порядків. П'ять основних формул для вищих похідних. Формула Лейбніца.

#### Практичне заняття 16, 17

Теореми про середнє (Ролля, Лагранжа, Коші). Правила Лопіталя.

#### Практичне заняття 18

Застосування локальної формули Тейлора (із залишковим членом у формі Пеано) до обчислення границь та виділення головної степеневі частини функції. Застосування формули Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа.

#### Практичне заняття 19

Дослідження функції на монотонність і локальні екстремуми.  
Дослідження функції на опуклість і точки перегину. Відшукування  
прямолінійних асимптот графіка функції. Відшукування найбільшого і  
найменшого значень функції.

#### Практичне заняття 20

Повне дослідження функції та побудова її графіка.

#### Практичне заняття 21

Контрольна робота № 2.

### Змістовий модуль 3. **Інтегральне числення ФСА**

#### Практичне заняття 22

Основні методи невизначеного інтегрування: розкладу, заміни змінної,  
частинами.

#### Практичне заняття 23

Інтегрування раціональних функцій. Метод Остроградського.

#### Практичне заняття 24, 25

Інтегрування найпростіших ірраціональностей. Підстановки Чебишова та  
Ейлера. Інші прийоми інтегрування квадратичних ірраціональностей.

#### Практичне заняття 26

Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування трансцендентних  
функцій.

#### Практичне заняття 27

Обчислення визначеного інтеграла: формула заміни змінної, формула  
інтегрування частинами, формула Ньютона–Лейбніца.

#### Практичне заняття 28

Застосування визначеного інтеграла в геометричних задачах (довжина  
кривої, площа плоскої фігури, об'єм тіла обертання, площа поверхні).

#### Практичне заняття 29

Застосування визначеного інтеграла у фізичних задачах.

#### Практичне заняття 30

Контрольна робота № 3.

## Семестр 2

### Змістовий модуль 4. **Диференціальне числення ФВА**

#### Практичне заняття 1

Обчислення кратних і повторних границь ФВА. Дослідження ФВА на  
неперервність і рівномірну неперервність.

#### Практичне заняття 2

Обчислення частинних похідних 1-го і вищих порядків. Дослідження  
ФВА на диференційовність. Техніка обчислення диференціалів.

#### Практичне заняття 3

Обчислення частинних похідних 1-го порядку складних ФВА.

Обчислення диференціалів 1-го порядку складних ФВА. Практичне заняття 4

Обчислення частинних похідних вищих порядків складних ФВА.  
Обчислення диференціалів вищих порядків складних ФВА.

Практичне заняття 5

Обчислення частинних похідних 1-го порядку неявно заданих ФВА.  
Обчислення диференціалів 1-го порядку неявно заданих ФВА.

Практичне заняття 6

Обчислення частинних похідних вищих порядків неявно заданих ФВА.  
Обчислення диференціалів вищих порядків неявно заданих ФВА.

Практичне заняття 7

Заміна змінних у диференціальних виразах зі звичайними похідними.

Практичне заняття 8

Заміна змінних у диференціальних виразах із частинними похідними.

Практичне заняття 9

Локальна формула Тейлора для ФВА. Формула Тейлора для ФВА із залишковим членом у формі Лагранжа.

Практичне заняття 10

Відшукування внутрішніх локальних екстремумів ФВА. Дослідження на внутрішні локальні екстремуми неявно заданих ФВА.

Практичне заняття 11

Методи виключення і невизначених множників Лагранжа для відшукування внутрішніх локальних умовних екстремумів ФВА. Обчислення найбільшого і найменшого значення ФВА на компактi.

Практичне заняття 12

Контрольна робота № 4.

**Змістовий модуль 5. Інтегральне числення ФВА**

Практичне заняття 13, 14

Обчислення подвійних інтегралів зведенням до повторних. Зміна порядку інтегрування. Заміна змінних у подвійному інтегралі; перехід до ПСК.

Практичне заняття 15

Застосування подвійних інтегралів для обчислення площ плоских фігур.  
Обчислення площ поверхонь.

Практичне заняття 16

Обчислення потрійних інтегралів зведенням до повторних. Зміна порядку інтегрування.

Практичне заняття 17

Заміна змінних у потрійному інтегралі. Перехід до ЦСК і ССК.

Практичне заняття 18

Застосування потрійних інтегралів до обчислення об'ємів. Обчислення мас, статичних моментів і моментів інерції просторових тіл.

Практичне заняття 19

Невласні кратні інтеграли

Практичне заняття 20

Контрольна робота № 5.

## Змістовий модуль 6. Інтеграли на многовидах. Елементи математичної теорії поля

### Практичне заняття 21

Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду. Обчислення мас, статичних моментів і моментів інерції кривих.

### Практичне заняття 22

Обчислення поверхневих інтегралів 1-го роду. Обчислення мас, статичних моментів і моментів інерції поверхонь.

### Практичне заняття 23

Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду. Обчислення роботи і циркуляції вектора.

### Практичне заняття 24

Обчислення поверхневих інтегралів 2-го роду. Обчислення потоку вектора.

### Практичне заняття 25

Формула Гріна. Інтегрування повних диференціалів. Відновлення функції за її повним диференціалом. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів.

### Практичне заняття 26

Формула Гаусса–Остроградського. Обчислення об'ємів за допомогою поверхневих інтегралів. Формула Стокса. Обчислення циркуляції за допомогою поверхневих інтегралів.

### Практичне заняття 27

Знаходження ліній рівня, поверхонь рівня і векторних ліній скалярного поля. Обчислення градієнта і похідної в напрямі вектора. Властивості диференціального оператора  $\text{grad}$ . Практичне заняття 28

Обчислення потоку і циркуляції векторного поля. Властивості диференціальних операторів  $\text{div}$  і  $\text{rot}$ . Дослідження векторного поля на потенціальність та відшукування його потенціалу. Дослідження векторного поля на соленоїдальність та відшукування його векторного потенціалу.

### Практичне заняття 29

Диференціальні операції 2-го порядку в теорії поля. Диференціальний оператор Лапласа  $\Delta = \text{div} \circ \text{grad}$ . Дослідження векторного поля на гармонічність. Операції теорії поля в ОКСК.

### Практичне заняття 30

Контрольна робота № 6.

## 10. ЛІТЕРАТУРА

### Основні джерела

1. Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф., Боярчук О. К. Математичний аналіз, ч. 1. – К.: Вища школа, 1992. – 495 с.



2. Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф., Боярчук О. К. Математичний аналіз, ч. 2. – К.: Вища школа, 1993. – 375 с.
3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз, ч. 1. – К.: Либідь, 1993. – 320 с.
4. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз, ч. 2. – К.: Либідь, 1994. – 302 с.
5. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа, т. 1. – М.: Высшая школа, 1988. – 712 с.
6. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа, т. 2. – М.: Высшая школа, 1988. – 576 с.
7. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа, т. 3. – М.: Высшая школа, 1988. – 352 с.
8. Кривошея С. А., Майко Н. В., Моторна О. В., Проценко Т. М. Математичний аналіз. Завдання для самостійної роботи студентів. Частина 1: Навчально-методичний посібник. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2013. – 324 с. (Гриф МОН України, лист 1/11-4092 від 24.03.2014).
9. Кривошея С. А., Майко Н. В., Моторна О. В., Проценко Т. М. Математичний аналіз. Завдання для самостійної роботи студентів. Частина 2: Навчально-методичний посібник. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2015. – 350 с.
10. Кривошея С. А., Майко Н. В., Моторна О. В., Проценко Т. М. Елементи векторного аналізу: Навчальний посібник. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2018. – 264 с.
11. Кривошея С. А., Майко Н. В. Математичний аналіз. Неперервність, похідна, інтеграл: Навчально-методичний посібник для самостійної роботи студентів. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2015. – 271 с.
12. Веб-сторінка з дисципліни: <http://labs.journ.univ.kiev.ua/math>

#### *Додаткові джерела*

13. Ляшко І. І., Боярчук А. К., Гай Я. Г., Головач Г. П. Справочное пособие по математическому анализу (введение в анализ, производная, интеграл). – К.: Вища школа, 1984. – 456 с.
14. Ляшко І. І., Боярчук А. К., Гай Я. Г., Головач Г. П. Справочное пособие по математическому анализу (ряды, функции векторного аргумента, кратные и криволинейные интегралы). – К.: Вища школа, 1986. – 567 с.
15. Дороговцев А. Я. Математический анализ. Сборник задач. – К.: Вища школа, 1987. – 408 с.
16. Придатченко Ю. В., Головач Г. П., Майко Н. В. Деякі спеціальні інтеграли. – К.: ВПЦ КУ, 2004. – 37 с.