КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

фізичний факультет
(назва факультету, інституту)

Кафедра квантової теорії поля та космомікрофізики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана з навчальної роботи

____________О.В. Момот
«   »__________2022 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ЛІНІЙНА АЛГЕБРА
(повна назва навчальної дисципліни)

для студентів

галузь знань 5 Автоматизація та приладобудування
(шифр і назва)
спеціальність 152 Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка
(шифр і назва спеціальності)
освітній рівень бакалавр
(молодший бакалавр, бакалавр, магістр)
освітня програма фізика
(назва освітньої програми)
спеціалізація ____________
(за наявності) *(назва спеціалізації)*
вид дисципліни обов’язкова

Форма навчання денна
Навчальний рік 2022/2023
Семестр 1-2
Кількість кредитів ECTS 7
Мова викладання, навчання та оцінювання українська
Форма заключного контролю іспит

Викладачі: Вільчинський Станіслав Йосипович

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. __________(___________) «__»___ 20__р.
(підпис, ПІБ, дата)

на 20__/20__ н.р. __________(___________) «__»___ 20__р.
(підпис, ПІБ, дата)

КИЇВ – 2022

Розробник(и): *Вільчинський Станіслав Йосипович, доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри квантової теорії поля та космомікрофізики*

ЗАТВЕРДЖЕНО
Зав. кафедри __квантової теорії поля та космомікрофізики__

_________________ Станіслав ВІЛЬЧИНСЬКИЙ
(підпис) (прізвище та ініціали)

Протокол № _17__ від «_27_» _травня_ 2022 р.

Схвалено науково - методичною комісією факультету/інституту
___________фізичного факультету_______________________________

Протокол від «__10__» __червня___ 2022 року №_11_

Голова науково-методичної комісії _____________________ (Олег ОЛІХ)
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. Мета дисципліни – є ознайомлення та оволодіння сучасними теоретичними положеннями і математичними методами аналітичної геометрії та лінійної алгебри.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни (*за наявності*):

1. Знати: основи алгебри, початку аналізу, тригонометрію, геометрію.

2. Вміти: розв'язувати задачі з алгебри, геометрії, тригонометрії, самостійно опрацьовувати літературу.

3. Володіти основними формулами і співвідношеннями алгебри, тригонометрії та геометрії.

3. Анотація навчальної дисципліни: лінійна алгебра та аналітична геометрія є базовою математичною дисципліною, в рамках якої студенти оволодіють основними поняттями векторної алгебри в просторі, прямих і площин, кривих і поверхонь другого порядку, теорією матриць, визначників, систем лінійних алгебраїчних рівнянь, векторних просторів, векторних просторів зі скалярним добутком, лінійними оператори в евклідовому та унітарному просторах, функціями на векторних просторах.

4. Завдання (навчальні цілі): навчити студентів основним теоретичним положенням і методам аналітичної геометрії та лінійної алгебри з тем: векторна алгебра в просторі, прямі і площини, криві і поверхні другого порядку, теорія матриць, визначників, систем лінійних рівнянь, векторні простори, векторні простори зі скалярним добутком, лінійні оператори в евклідовому та унітарному просторах, функції на векторних просторах.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		**Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання**	**Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)**	**Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни**
Код	**Результат навчання**			
2.1	*Вміти розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера; володіти поняттям вектору: скалярний, векторний, мішаний та подвійний векторний добутки; вміти обчислювати визначник матриці; проводити дії над матрицями; обчислювати ранг матриці; вміти знаходити обернену матрицю методом Гауса, розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь.*	*Лекції, практичні заняття, самостійна робота*	*Колоквіум* *самостійна робота*	15% 10 %
1.1	*Знати рівняння прямої та площини, вміти будувати криві другого порядку, проводити канонізацію кривих другого порядку, знати полярні рівняння та діаметри кривих другого порядку, поверхні обертання.*	*Лекції, практичні заняття, самостійна робота*	*Колоквіум* *самостійна робота*	15% 10 %

2.2	*Володіти основними поняттями лінійного простору, матрицею переходу, евклідів і унітарний просторами, матрицею Грама. Вміти будувати ортонормований базис (процес Грама-Шмідта). Знати лінійні оператори в евклідовому просторі, лінійні оператори в унітарному просторі.*	*Лекції, практичні заняття, самостійна робота*	*Колоквіум* *самостійна робота*	*15%* *10 %*
2.3	*Вміти проводити обчислення власних чисел і векторів; вміти проводити канонізацію симетричних білінійних форм.*	*Лекції, практичні заняття, самостійна робота*	*Колоквіум* *самостійна робота*	*15%* *10 %*

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання *(необов'язково для вибіркових дисциплін які не входять до блоків спеціалізації)*

Результати навчання дисципліни (код) **Програмні результати навчання (назва)**	**1.1**	**2.1**
ПРН09. Розуміти застосовуванні методики та методи аналізу, проектування і дослідження, а також обмежень їх використання.	+	+
ПРН21. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці, оптиці та лазерній фізиці: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1 Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання:

Семестр I

1. Модульна контрольна з 1 –ї теми (завдання з теорії та задачі): РН 2.1.— 25 балів/8 балів.
2. Модульна контрольна з 2 –ї теми (завдання з теорії та задачі): РН 1.1.— 25 балів/8 балів.
3. Самостійна робота (задачі) РН 2.1, РН 1.1 .— 24 бали

Семестр II

1. Модульна контрольна з 3 –ї теми (завдання з теорії та задачі): РН 2.2.— 25 балів/8 балів.
2. Модульна контрольна з 4 –ї теми (завдання з теорії та задачі): РН 2.3.— 25 балів/8 балів.
3. Самостійна робота (задачі) РН 2.2, РН 2.3 .— 24 бали

- підсумкове оцінювання у формі екзамену

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом за іспит 26 балів по 100-бальній шкалі;
- оцінюватимуться знання теорії та вміння розв'язувати задачі з курсу Аналітична геометрія та лінійна алгебра;
- форма проведення письмова, два теоретичних питання (20 балів) і задача (6 балів);
- для отримання загальної позитивної оцінки з дисципліни оцінка за іспит не може бути меншою 10 балів;
- Якщо за результатами модульно-рейтингово контролю студент отримав в сумі за результатами третьої та четвертої модульної контрольної не менше ніж 45 балів то студент на іспиті звільняється від виконання практичних задач, які автоматично зараховуються з оцінкою відмінно.

- умови допуску до підсумкового іспиту:

Студент не допускається до іспиту, якщо під час семестру набрав менше ніж 15 балів за сумою двох семестрових колоквіумів, має не виконані завдання з самостійної роботи та/або має нездані пропуски семінарів.

7.2 Організація оцінювання:

Самостійна робота перевіряється на кожному практичному занятті, колоквіуми проводяться двічі на семестр (у Жовтні та Грудені – у першому семестрі, у Квітні і Травні – у другому семестрі) після закінчення викладання зазначених у п.5 навчальних тем. Заключна оцінка з дисципліни формується як середнє з оцінок за обидва семестри. Результуючою оцінкою з дисципліни є оцінка іспиту.

7.3 Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59
Зараховано / Passed	60-100
Не зараховано / Fail	0-59

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин		
		лекції	семінари	С/Р
Змістовий модуль 1 Теорія матриць. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь				
1	**Вступ**. **Тема 1** *Матриці і визначники*.	8	6	14
2	**Тема 2.** *Системи лінійних алгебраїчних рівнянь*	6	6	6
	Колоквіум і модульна контрольна робота 1			4
Змістовий модуль 2 Векторні простори зі скалярним добутком				
3	**Тема 3.** *Векторні простори*	4	6	8
4	**Тема 4.** *Векторні простори зі скалярним добутком*	6	8	10
	Колоквіум і модульна контрольна робота 2			4
Змістовий модуль 3 Лінійні оператори. Функції на векторних просторах				
5	**Тема 5** *Лінійні оператори в евклідових тта унітарних просторах.*	6	8	12
6	**Тема 6.** *Функції на векторних просторах*	4	8	11
	Колоквіум і модульна контрольна робота 3			4
Змістовий модуль 4 Аналітична геометрія				
7	**Тема 7.** *Лінії і поверхні першого порядку*	6	8	14
8	**Тема 8.** *Лінії і поверхні другого порядку*	6	8	14
	Колоквіум і модульна контрольна робота 4			4
	ВСЬОГО	**46**	**58**	**105**

Загальний обсяг ***210 год***., в тому числі:
Лекцій ***– 46 год***.
Практичні ***– 58 год***.
Консультації – ***1 год***.
Самостійна робота ***- 105 год***.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА:

Основна: **(***Базова***):**

1. .Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. − М.: Наука., 1987. − 320 с.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. − М.: Наука., 1975. − 272 с.
3. Ильин В.А.,Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия.− М.: Наука., 1971.− 232 с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. − М.: Физматлит., 2001. − 272 с.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. − М.: Физматлит., 2001. − 272 с.
6. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Линейная алгебра. − М.: Физматлит., 2001. − 368 с.
7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры − М.: Наука., 1968. − 432 с.
8. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. − М.: Наука., 1970. − 400 с.
9. Придатченко Ю.В., Львов В.А. Алгебра для фізиків: вектори і координати: Навч. посібник. − Видавничо–поліграфічний центр “Київський університет”., 2002. − 87 с.

Додаткова:

10. .Акивис М.А., Гольдберг В.В., Тензорное исчисление. − М.: Наука., 1969. − 352 с.
11. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. − М.: Наука., 1968. − 912 с.
12. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. − М.: Наука., 1971. − 272 с.
13. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. − М.: Наука., 1970. − 528 с.
14. Кострикин А.И. Введение в алгебру − М.: Наука., 1977. − 496 с.

15. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия− М.: Наука., 1986. − 309 с.

16. Ланкастер П. Теория матриц. − М.: Наука., 1982. − 272 с.

17. Схоутен А.Я. Тензорный анализ для физиков. − М.: Наука., 1965. − 456 с.

18. Постников М.М. Аналитическая геометрия. − М.: Наука., 1979. − 336 с.

19. Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. − М.: Наука., 1979. − 336 с.

20. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ: Пер. с англ.. − М.: Мир., 1989. − 655 с.

Збірники задач:

21. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. − М.: Наука., 1987. − 496 с.

22. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. − М.: Физматлит., 2002. − 248 с.

23. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. − М.: Наука., 1972. − 240 с.

24. Кострикин А.И. Сборник задача по алгебре. − М.: Физматлит., 2001. − 464 с.

25. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. − М.: Наука., 1976. − 384 с.

26. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. − М.: Наука., 1974. − 384 с.

27. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по выісшей алгебре. − СПб.: Издательство «Лань»., 2004. − 288 с.

28. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. − М.: Наука., 1970. − 336 с.

<u>Екзаменаційні питання з курсу аналітичної геометрії та лінійної алгебри.</u>

1. Матриця: означення і властивості. Операції додавання матриць, множення на число. Властивості лінійних операцій над матрицями.
2. Віднімання матриць. Матриця, протилежна до даної.Одинична, нульова матриці.
3. Транспонування матриць. Симетрична та антисиметрична матриці. Матриці Паулі.
4. Матриці-стовпчики та матриці стрічки, означення їх лінійної комбінації. Прелставлення матриці довільних розмірів у виглядв матриць-стрічок і матриць чтовпчиків
5. Означення і приклади лінійно незалежної системи вектор-стовпчиків.
6. Властивості лінійно незалежної системи вектор-стовпчиків.
7. Означення детермінанту (визначника) матриці
8. Властивості детермінанту (визначника) матриці. (з доведенням!)
9. Формула повного розкладу детермінанту матриці за елементами матриці.
10. Методи обчислення визначників порядку n.
11. Поняття мінору. Мінори довільного порядку. Додатковий мінор та алгебраїчне доповнення.
12. Поняття базисного мінору та рангу матриці.
13. Елементарні перетвореня матриці. Знаходження рангу матриці за допомогою елементарних перетворень (метод Гауса).
14. Перетворення квадратної матриці до одиничної.
15. Теореми про базисний мінор та ранг матриці.
16. Множення матриць-означення, властивості
17. Елементарні перетвореня матриці як множення чатриць.
18. Детермінант добутку матриць.
19. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР): загальна постановка задачі. Сумісна та несумісна система.
20. Розвязування СЛАР, в якій кількість рівнянь дорівнюґ кількості невідомих за допомогою теореми Крамера.
21. Метод Гауса розвязування СЛАР, в якій кількість рівнянь дорівнюґ кількості невідомих
22. Обернена матриця: означення, властивості та способи знаходження
23. Умова сумісності СЛАР. Теорема Кронекера-Капеллі та наслідок з неї
24. Однорідна СЛАР та ластивості множини розв'язків однорідної СЛАР
25. Нормальна фундаментальна система розв'язків однорідної СЛАР.
26. Фундаментальна система розв'язків однорідної СЛАР
27. Загальний розв'язок СЛАР
28. Теорема Крамера як частинний випадок теореми Кронекера-Капеллі
29. Векторний (лінійний) простір: означення. Приклади лінійних просторів
30. Векторний простір: наслідки з означення.Підмножина лінійного простору. Лінійна оболонка
31. Система лінійно незалежних (залежних) векторів. Властивості.
32. Вимірність лінійного простору, приклади
33. Базис векторного простору.
34. Координати вектора відносно базису. Приклади. Властивості.
35. Заміна базису. Матриця переходу між базисами, її властивості
36. Зв'язок між координатами вектора в різних базисах.

37.Скалярний добуток геометричних векторів-означення, властивості

38.Евклідів простір-означення, та наслідки з аксіоматики

39.Приклади евклідових просторів

40.Довжина вектора та кут між векторами в евклідовому просторі Неріність Коші-Буняковського Нерівність трикутника

41.Ортонормовані системи векторів.

42.Процедура ортогоналізації заданої системи лінійно незалежних векторів (алгоритм Грама-Шмідта).

43. Матриця Грама базису, вираз скалярного добутку через координати векторів-співмножників та матрицю Грама.

44.Зв'язок між матрицями Грама різних базисів.та властивості матриці Грама будь-якого базису.

45.Ортогональні матриці-означення, приклади та властивості.

46. Матриця Грама довільної системи векторів. Критерій лінійної залежності та незалежності векторів у просторі Евкліда. Узагальнення нерівності Коші-Буняковського

47. Взаємні базиси: означення та приклади.

48.Властивості взаємних базисів.

49. Координати вектора у взаємних базисах. Коваріантний і контраваріантний базис. Коваріантні і контраваріантні координати вектора.

50. Унітарний простір: означення та приклади.

51. Властивості унітарного простору. Ермітова та унітарна матриці

52. Лінійний оператор. Дії з лінійними операторами

53.Матриця лінійного оператора, звязок між матрицями оператора в різних базисах.

54.Оператор, обернений до даного.

55.Інваріантний підпростір, власні числа і власні значення лінійного оператора, їх властивості.

56.Алгоритм пошуку власних векторів і власних значень лінійного оператора.

57.Визначення і властивості спряженого оператора в евклідовому просторі.

58.Визначення і властивості самоспряженого (симетричного) оператора в евклідовому просторі.

59.Визначення і властивості ортогонального оператора в евклідовому просторі.

60.Визначення і властивості спряженого оператора в унітарному просторі.

61.Нормальний оператор і його властивосты

62.Визначення і властивості самоспряженого (симетричного) оператора в унітарному просторі.

63.Визначення і властивості ортогонального оператора в унітарному просторі.

64. Лінійні функції одного аргументу (лінійні форми) Білінійні форми

65.Квадратичні форми. Теорема про діагоналізацію квадратичних форм

66.Ранг, індекс, визначеність квадратичних форм

67. Закон інерції квадратичної форми
68. Додатньо означені квадратичні форми. Означення евклідового простору за допомогою додатньо означеної квадратичної форми
69. Критерій Сильвестра
70. Лінійний оператор, заданий в евклідовому просторі, приєднаний до квадратичної форми
71. Алгоритм приведення двох квадратичних форм до діагонального вигляду.
72. Визначення алгебраїчної лінії та поверхні довільного порядку.
73. Параметричні рівняння лінії та поверхні.
74. Поверхні та лінії першого порядку.
75. Параметричні рівняння прямої та площини.
76. Векторне рівняння площини.
77. Векторне рівняння прямої.
78. Ознаки паралельності прямих на площині..
79. Векторне рівняння прямої в просторі.
80. Канонічне та параметричне рівняння прямої.
81. Рівняння площини, яка проходить через три точки.
82. Ознаки паралельності прямих та площин.
83. Лінії і поверхні другого порядку. Дослідження рівнянь ліній другого порядку.
84. Еліпс.
85. Гіпербола.
86. Дотична до еліпса. Дотична до гіперболи.
87. Основна властивість дотичних до еліпса, до гіперболи.
88. Парабола.
89. Визначення та загальне рівняння поверхні обертання.
90. Конус другого порядку.
91. Еліпсоїд
92. Однопорожнинний гіперболоїд
93. Двопорожнинний гіперболоїд.
94. Еліптичний парабалоїд.
95. Гіперболічний параболоїд.рболічний параболоїд.
96. Взаємне розташування прямої та точки
97. Взаємне розташування двох прямих.
98. Відстань між мимобіжними прямими. Спільний перпендикуляр до двох мимобіжних прямих
99. Проекція прямої на площину.
100. Проекція точки на пряму та площину.
101. Відстань між точкою та площиною. Нормальнее рівнянн площини.